

In a smaller frequency range it may be possible to investigate a single absorption band, like in this case the nitrile group absorption, in order to determine the degree of orientation of a solute. Because of the preparation technique, it may be difficult to make identical

samples, with respect to the orientation effect of the plate surfaces. This is important in thin layer samples. Furthermore, it is difficult to measure the extinction  $D$  accurately enough, especially at low extinctions. Therefore, the reproducibility of  $S$  was not better than 5%.

## Zur optimalen Auskopplung bei gefalteten Lasern hoher Verstärkung

D. ROSENBERGER

Forschungslaboratorium München der Siemens AG

(Z. Naturforsch. 24 a, 867–869 [1969]; eingegangen am 29. März 1969)

The optimum transmission coefficient and power output of folded high-gain lasers are calculated assuming homogeneous line broadening and a uniform distribution of the unsaturated gain over the cross section. The results are applied to CO<sub>2</sub> lasers with high mode density.

### 1. Einleitung

Mit den derzeitigen Anregungsverfahren für CO<sub>2</sub>-Laser ist die pro Längeneinheit erzielbare Ausgangsleistung auf etwa 80 W/m begrenzt. Beim Bau von Hochleistungs-CO<sub>2</sub>-Lasern ist man deshalb auf lange Entladungsrohre angewiesen, die aus bautechnischen Gesichtspunkten in der Regel als mehrfach gefaltete Strecken ausgeführt werden.

Da bei den im 10-μm-Bereich zur Verfügung stehenden metallischen und dielektrischen Spiegelschichten mit Reflexionsverlusten von 2–3% zu rechnen ist, werden vor allem bei kürzeren Lasern, die mit niedrigem Auskoppelgrad arbeiten, durch Faltung die Gesamtverluste relativ stark erhöht, was zu einer Änderung des optimalen Koppelgrades und einer Reduzierung der Ausgangsleistung im Vergleich zu einer ungefalteten Strecke führt.

In der folgenden Arbeit werden der optimale Auskoppelgrad und die maximale Leistung von gefalteten Lasern hoher Verstärkung in Abhängigkeit vom Gesamtgewinn der gefalteten Strecke berechnet. Die Spiegelverluste und die Zahl der Faltungsstrecken treten dabei als Parameter auf.

Für den ungefalteten Laser ist das Problem von RIGOD<sup>1</sup> behandelt worden. Das in<sup>1</sup> verwendete eindimensionale Modell wird auch der folgenden Rechnung zugrunde gelegt. Es wird demnach ein  $n$ -fach gefalteter, in der Transversalebene unbegrenzter Resonator betrachtet, in dem sich plane Wanderwellen, die nur durch Reflexionsverluste geschwächt werden, in  $+z$ - und  $-z$ -Richtung ausbreiten. Die Intensität am Ort  $z$  wird als Summe der Teilintensitäten  $S_+$  und  $S_-$  der

einander entgegenlaufenden Wellen angenommen. Die Kleinsignalverstärkung sei innerhalb des betrachteten Volumens konstant.

Die Ableitung gilt zunächst für homogen verbreiterte Linienprofile. Wie in<sup>1</sup> gezeigt ist, lassen sich die Ergebnisse jedoch auf inhomogene Linien übertragen, wenn diese auf Grund hoher Stoßrelaxation und hoher Modendichte quasihomogen entleert werden.

### 2. Theoretische Betrachtung

Im folgenden werden der optimale Auskoppelgrad und die maximale Ausgangsleistung mehrfach gefalteter Laser bei symmetrischer und asymmetrischer Auskopplung berechnet.

Für den Verstärkungskoeffizienten  $g(z)$  gilt nach den oben gemachten Voraussetzungen

$$g(z) = g_0 / (1 + s_+ + s_-), \quad (1)$$

wobei  $g_0$  der Kleinsignal-Verstärkungskoeffizient und  $s_{+(-)}$  eine normierte Leistung ist.

$$\text{Wegen} \quad \frac{1}{s_+} \frac{ds_+}{dz} = g(z) = - \frac{1}{s_-} \frac{ds_-}{dz}$$

$$\text{folgt}^1 \quad s_+ s_- = \text{const} = c. \quad (2)$$

In einem aus  $n$  Teilstrecken aufgebauten Resonator schließt sich der Lichtweg nach  $2n$  Reflexionen (Abb. 1). Die erste Teilstrecke werde von den Spiegeln 0 und 1 mit den Reflexionskoeffizienten  $r_0$  bzw.  $r_1$ , die  $k$ -te Strecke von den Spiegeln  $k-1$  und  $k$  begrenzt ( $k=0, 1, \dots, n$ ). Für eine in (+)-Richtung laufende Welle

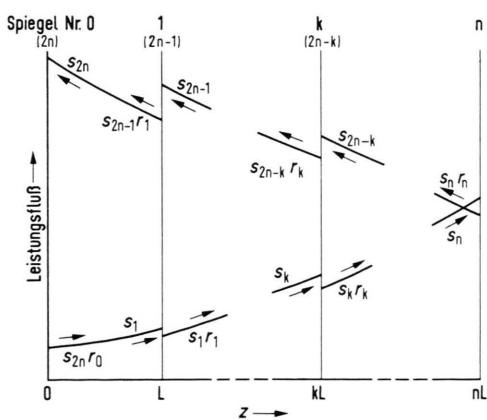


Abb. 1. Laserintensität in einem gefalteten Resonator.

<sup>1</sup> W. W. RIGOD, J. Appl. Phys. 36, 2487 [1965].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

ist demnach die Intensität vor der  $k$ -ten Reflexion (am Spiegel  $k$ )  $s_k$ , nach erfolgter Reflexion  $r_k s_k$ . Eine in Gegenrichtung laufende Welle hat vor der  $(2n-k)$ -ten Reflexion am Spiegel  $k$  die Intensität  $s_{2n-k}$ , nach der Reflexion  $s_{2n-k} r_k$ .

Nach Gl. (2) gilt somit

$$s_k (s_{2n-k} r_k) = c. \quad (3)$$

Aus Gl. (1) folgt

$$g(z) = \frac{1}{s_+} \frac{ds_+}{dz} = g_0 / (1 + s_+ + c/s_+). \quad (4)$$

Die Integration von Gl. (4) über eine der Teilstrecken der Länge  $L$  liefert<sup>1</sup>

$$\begin{aligned} g_0 L &= \ln(s_k/s_{k-1} r_{k-1}) + s_{2n-k+1} \\ &+ s_k - s_{k-1} r_{k-1} - s_{2n-k} r_{2n-k}. \end{aligned} \quad (5)$$

Durch Summation über alle  $n$  Strecken (Gesamtlänge  $L_s$ ) folgt hieraus

$$g_0 L_s + \ln \left[ (r_0 r_n)^{1/2} \prod_{k=1}^{n-1} r_k \right] = \sum_{k=1}^{2n} s_k (1 - r_k). \quad (6)$$

Auf der rechten Seite der Gl. (6) steht die durch Verluste und Auskopplung vom Laser insgesamt abgegebene Leistung. Sie lässt sich aufteilen in die an den Koppelspiegeln 0 (oder  $2n$ ) und  $n$  abgegebene Nutzleistung  $s_{2n}(1 - r_0 - a_0) + s_n(1 - r_n - a_n)$  und die Verlustleistung  $\sum_1^{2n} s_k a_k$ . Die Koeffizienten  $a_k$  beschreiben die Absorptions- und Streuverluste an den Spiegeln,  $t_0 = 1 - r_0 - a_0$  und  $t_n = 1 - r_n - a_n$  sind die Transmissionskoeffizienten der Koppelspiegel. Die obige Verlustleistung wird im folgenden durch die bei  $2n$  Reflexionen verlorengehende mittlere Verlustleistung  $s_m \sum_1^{2n} a_k$  ersetzt, wobei  $s_m$  bei einem Resonator mit

*symmetrischer* Auskopplung ( $t_0 = t_n$ ) als Mittelwert der an den Koppelspiegeln auftretenden und wegläufigen Intensitäten und der Intensität in der Resonatormitte ( $z \approx n L/2$ ) gebildet ist. Letztere lässt sich nach Gl. (3) zu  $s_m = s_{2n} (r_0/r_{n/2})^{1/2}$  berechnen (bei ungeraden  $n$ -Werten erhält man  $s_{2n} r_0^{1/2} \approx s_m$ ), so daß

$$4 s_m = s_{2n} [1 + r_0 + 2(r_0/r_{n/2})^{1/2}]. \quad (7 \text{ a})$$

Bei einem Resonator mit *asymmetrischer* Auskopplung ( $t_n = 0$ ) wird analog dazu

$$4 s_m = s_{2n} (1 + r_0) + s_n (1 + r_n) \quad (7 \text{ b})$$

mit  $s_n = s_{2n} (r_0/r_n)^{1/2}$  verwendet.

Von sehr großen Koppelgeraden abgesehen, wird durch diese Näherungen kein nennenswerter Fehler hervorgerufen.

Im folgenden werden die Absorptions- und Streuverluste an den Spiegeln als gleich angenommen, d. h.  $a_0 = a_n = a_k = a$ .

Für einen Resonator mit *symmetrischer* Auskopplung ( $r_0 = r_n = 1 - a - t$ ) wird dann mit Gln. (7 a) und (6) die gesamte ausgekoppelte (normierte) Leistung

$$s_{\text{sym}} = 2 s_{2n} t = \frac{2 t [g_0 L_s + \ln(1 - a - t) (1 - a)^{n-1}]}{2 t - a t (n-1) + 2 a n (1 - x_s)} \quad (8 \text{ a})$$

$$\text{mit } x_s = (1 - 1/n) t^2 / 16 \ll 1. \quad (9 \text{ a})$$

Bei *asymmetrischer* Auskopplung mit  $r_0 = 1 - a - t$  erhält man

$$s_{\text{as}} = s_{2n} t = \frac{t [g_0 L_s + \ln(1 - a - t)^{1/2} (1 - a)^{n-1/2}]}{t - a t (n-1/2) + 2 a n (1 - x_{\text{as}})} \quad (8 \text{ b})$$

$$\text{mit } x_{\text{as}} = t^2 / 16 \ll 1. \quad (9 \text{ b})$$

Glieder der Größenordnung  $a^2$  sind dabei in Gln. (8 a) und (8 b) vernachlässigt. Für nicht zu große  $t$ -Werte können auch die Korrekturglieder  $x_s$  und  $x_{\text{as}}$  vernachlässigt werden.

Die optimalen Auskoppelgrade und maximalen Ausgangsleistungen werden aus (8 a) und (8 b) berechnet. Man erhält bei *symmetrischer* Auskopplung mit  $t = (t_{\text{sym}})_{\text{opt}}$

$$t = \frac{2 a n (1 - a - t) (1 + x_s)}{2 t - a t (n-1) + 2 a n (1 - x_s)} \quad (10 \text{ a})$$

$$[g_0 L_s + \ln(1 - a - t) (1 - a)^{n-1}]$$

und

$$(s_{\text{sym}})_{\text{opt}} = \frac{t^2}{a n (1 - a - t) (1 + x_s)} [t = (t_{\text{sym}})_{\text{opt}}]. \quad (11 \text{ a})$$

Bei *asymmetrischer* Auskopplung wird mit  $t = (t_{\text{as}})_{\text{opt}}$

$$t = \frac{4 a n (1 - a - t) (1 + x_{\text{as}})}{t - a t (n-1/2) + 2 a n (1 - x_{\text{as}})} \quad (10 \text{ b})$$

$$[g_0 L_s + \ln(1 - a - t)^{1/2} (1 - a)^{n-1/2}]$$

und

$$(s_{\text{as}})_{\text{opt}} = \frac{t^2}{4 a n (1 - a - t) (1 + x_{\text{as}})} [t = (t_{\text{as}})_{\text{opt}}]. \quad (11 \text{ b})$$

Die Gln. (10 a) und (11 a) werden für  $n = 1$  identisch mit den in<sup>1</sup> für den ungefalteten symmetrischen Resonator angegebenen Beziehungen.

Für sehr kleine Spiegelverluste  $a$  ( $a \ll t < 1$ ) und große  $n$ -Werte können die optimalen Auskoppelgrade und die maximalen Leistungen als Funktion von  $(n a)$  geschrieben werden. (Nur in diesem Fall kommt also eine Verdopplung der Faltungen einer Verdopplung der Spiegelverluste gleich.)

Die nach Gln. (10 b) und (11 b) für asymmetrische Auskopplung erhaltenen Beziehungen sind als Funktion des dB-Gewinns  $10 \log[\exp(g_0 L_s)] = 4,343 g_0 L_s$  in den Abb. 2 und 3 für verschiedene  $n$ -Werte graphisch wiedergegeben. Als Spiegelverlust wurde in Anlehnung an die für Experimente üblicherweise zur Verfügung stehenden Werte  $a = 2,5\%$  gewählt.

### 3. Diskussion

Wie die Abb. 2 für den Bereich  $n = 1$  bis  $n = 16$  zeigt, liegt bei sehr kleiner Gesamtverstärkung ( $< 0.5 \text{ dB}$ ) der optimale Koppelgrad für die ungefaltete Strecke am höchsten. Der Anstieg von  $t_{\text{opt}}$  mit wachsendem Gewinn ist jedoch um so steiler, je höher die Zahl der Faltungsstrecken ist. Bei hoher Verstärkung ist  $t_{\text{opt}}$  daher um so größer, je größer  $n$  ist. Mit weiter steigendem Gewinn geht  $t_{\text{opt}}$  schließlich für alle  $n$ -Werte gegen  $1 - a$ .

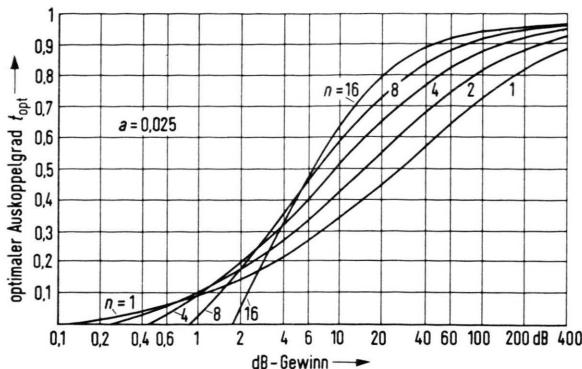


Abb. 2. Optimaler Auskoppelgrad  $t_{\text{opt}}$  bei asymmetrischem, gefaltetem Resonator als Funktion des dB-Gewinns der Gesamtstrecke. Verlust pro Spiegel  $a=2,5\%$ .

Die maximale Ausgangsleistung (Abb. 3) geht bei kleiner Gesamtverstärkung sehr rasch mit der Zahl der Faltungen zurück. Bei hoher Verstärkung verlaufen die

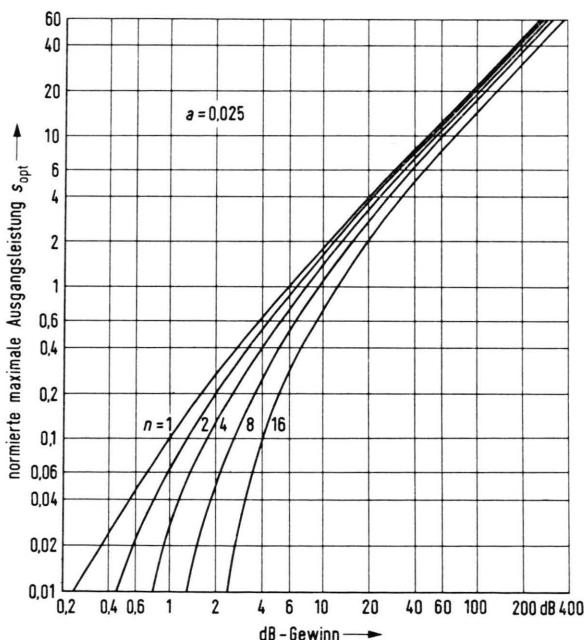


Abb. 3. Maximale ausgekoppelte (normierte) Leistung  $s_{\text{opt}} = (s_{\text{as}})_{\text{opt}}$  bei asymmetrischem Resonator als Funktion des dB-Gewinns der Gesamtstrecke; ( $a=2,5\%$ ).

zu verschiedenen  $n$ -Werten gehörenden Kurven nahezu parallel. Dies bedeutet, daß in diesem Verstärkungsbereich die Ausgangsleistung beim Übergang von  $n$  auf  $n+k$  Faltungen unabhängig von der jeweiligen Gesamtverstärkung stets um den gleichen Faktor  $\sigma(n, k)$  zurückgeht: Wie man sich leicht überlegt, können bei sehr hoher Gesamtverstärkung die Verluste an den Umlenkspiegeln additiv zu den Verlusten an den Kopspiegelgen genommen werden, so daß der Leistungsverlust beim Übergang von  $n$  auf  $n+k$  Faltungen proportional zur Zahl der Reflexionen an den zusätzlichen  $k$  Umlenkspiegeln wird, d. h.

$$\sigma(n, k) = s(n+k)/s(n) = 1 - 2 k a .$$

Die Übertragung der zunächst für homogene Linien abgeleiteten Beziehungen auf dopplerverbreiterte Linien ist möglich, wenn diese auf Grund hoher Stoßrelaxation und hoher Modendichte quasihomogen entleert werden und wenn ferner die Oszillationsbandbreite mit steigender Verstärkung sich nicht wesentlich ändert. Für CO<sub>2</sub>-N<sub>2</sub>-He-Laser ist die erste Bedingung wegen der hohen Stoßrelaxation der Rotationsterme für Rohrlängen über 2 m erfüllt<sup>2</sup>. Die Oszillationsbandbreite kann als konstant angesehen werden, solange die Gesamtverluste klein gegen die Kleinsignalverstärkung sind, d. h. solange

$$t + 2 n a \ll g_0 L_s .$$

$g_0$  ist dabei ein spektral gemittelter Verstärkungskoeffizient, der an Stelle von  $g_0$  in die abgeleiteten Beziehungen einzusetzen ist. Beim CO<sub>2</sub>-Laser liegt  $g_0$  etwa bei<sup>3</sup> 2/m, so daß mit einem dB-Gewinn von 3 dB/m gerechnet werden kann.

Nach Abb. 3 verliert man bei einem 2 m langen CO<sub>2</sub>-Laser (6 dB Gewinn) bei einmaliger Faltung ( $n=2$ ) etwa 12% an Ausgangsleistung, bei  $n=4$  etwa 24% und bei  $n=8$  etwa 52%. Für einen 40 m langen Laser (120 dB) ist der relative Leistungsverlust geringer. Man erhält nach Gl. (12) 2,5% für  $n=2$ , 10% ( $n=4$ ), 18% ( $n=8$ ) und 36% ( $n=16$ ).

Die für kurze Laser abgeleiteten Ergebnisse wurden experimentell überprüft, wobei sich gute Übereinstimmung ergab. Ein Vergleich für große Rohrlängen konnte noch nicht durchgeführt werden.

Für die in diesem Bericht durchgeföhrten Arbeiten sind Zuschüsse des Bundesministeriums für wissenschaftliche Forschung verwendet worden.

<sup>2</sup> D. ROSENBERGER, Z. Angew. Physik **24**, 325 [1968].

<sup>3</sup> T. F. DEUTSCH, IEEE J. Quant. Electron. **QE-3**, 151 [1967].